TD 2: Réponses

1 Mesure du flux lumineux avec une photodiode

1. La diode produit un courant $\Rightarrow$ c'est un capteur actif.
2. D'après la figure :

$$\begin{aligned} i =& \quad i_C \quad + \quad i_R \\ S_d\phi =& \, C\frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{dt}} + \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{R_m}} \\ \Rightarrow \phi =& \frac{C}{S_d}\frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{dt}} + \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{R_m}S_d} \end{aligned}$$

3. Régime (quasi-)statique : $\frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{dt}} = 0 \Rightarrow \phi_0 = \frac{\mathrm{V_0}}{\mathrm{R_m S_d}}$
   Gain statique : $G_0 = \frac{\text{Signal de sortie V}_0}{\text{Signal d'entree }\phi_0} = \mathrm{R_m}S_d$
4. Pour étudier la réponse harmonique, on écrit :
   $\phi \rightarrow \bar{\phi} = \bar{\phi}_a e^{j\omega t}$
   $V \rightarrow \bar{V} = \bar{V}_a e^{j\omega t}$
   avec $\bar{\phi}_a$ et $\bar{V}_a$ amplitudes complexes.
   Alors on a $\frac{d\bar{V}}{dt} = j\omega\bar{V}$
   L'équation devient : $\frac{j\omega C}{S_d}\bar{V}_a + \frac{\bar{V}_a}{R_m S_d} = \bar{\phi}_a$ (les exponentielles s'annulent)
   $\Rightarrow \bar{V}_a = \left(\frac{j\omega C R_m + 1}{R_m S_d}\right)^{-1} \bar{\phi}_a$
   Fonction de transfer : $H(\omega) = \frac{\bar{V}_a}{\bar{\phi}_a} = \frac{R_m S_d}{j\omega C R_m + 1}$
   $\Rightarrow$ Gain dynamique : $G(\omega) = |H(\omega)| = \frac{R_m S_d}{\sqrt{1 + (\omega C R_m)^2}}$
   $\omega = 2\pi f \Rightarrow G(f) = \frac{R_m S_d}{\sqrt{1 + (2\pi f R_m C)^2}}$
   Fréquence de coupure telle que $G(f_c) = \frac{G_0}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow \frac{R_m S_d}{\sqrt{1+(2\pi f_c C R_m)^2}} = \frac{R_m S_d}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1 + (2\pi f_c C R_m)^2 = 2$$

$$\Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi C R_m}$$

Finalement, $G(f) = \dfrac{R_m S_d}{\sqrt{1+(f/f_c)^2}}$

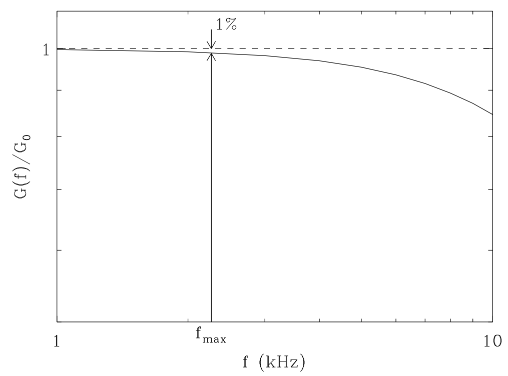
Réponse en phase $\varphi = \arg(H)$. On peut écrire $H(f) \propto 1 - jf/f_c$ (expliciter au tableau)

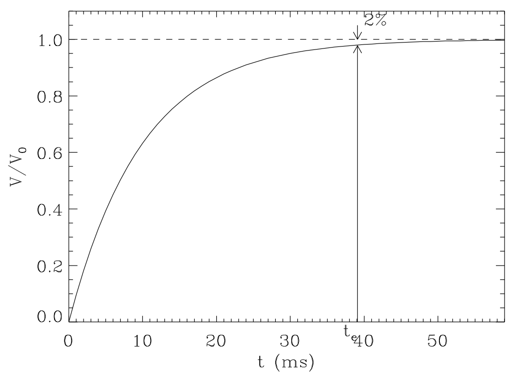
Rappel : si $\arg(z) = \arctan(\Im/\Re)$, donc $\varphi(f) = \arctan(-f/f_c) = -\arctan(f/f_c)$

5. $f_c = 15.9$ kHz
   Par définition, $G(f_c)/G_0 = 1/\sqrt{2}$, donc la perte est de 30 % (c'est énorme !!)
6. On cherche la bande passante à ϵ près, i.e. $f_{\max}$ telle que $G(f)/G_0 > 1-\epsilon$

   $$\frac{G(f_{\max})}{G_0} = 1-\epsilon \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1+(f_{\max}/f_c)^2}} = 1-\epsilon$$

   $f_{\max} = f_c\sqrt{(1-\epsilon)^{-2}-1} = 2.26$ kHz
7. Temps caractéristique d'un système de 1er ordre est $\tau = 1/\omega_c = 1/(2\pi f_c) \Rightarrow \tau =$ 10ms
   Réponse indicielle : $V = V_0(1-e^{-t/\tau})$
   Le temps d'établissement t_e à 2 % est tel que $e^{-t_e/\tau} = 0.02 \Rightarrow t_e = -\tau\ln(0.02) =$ 39.1 ms





Cet exercice illustre le fait que, pour effectuer une mesure correcte à l'aide d'un dispositif linéaire, il est nécessaire de se situer bien en dessous de la fréquence de coupure et de laisser le système s'établir sur des temps d'établissement bien plus grands que le temps caractéristique du système.